LXXXVIII Московская
математическая олимпиада

Математический праздник

Москва
16 февраля 2025 года

Департамент образования и науки города Москвы
Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Московское математическое общество
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
Факультет математики
Физтех-школа прикладной математики и информатики
Центр педагогического мастерства
Московский центр непрерывного
математического образования

Задачи и решения подготовили:

А. Блинков, М. Волчкевич, Т. Голенищева-Кутузова, А. Грибалко, С. Дориченко, М. Евдокимов, П. Закорко, А. Заславский, Т. Казицына, Г. Караваев, В. Клепцын, М. Колодей, Т. Корчемкина, Ю. Маркелов, Г. Мерзон, Г. Минаев, В. Радионов, И. Раскина, И. Русских, А. Хачатурян, Е. Чернышева, А. Шаповалов, И. Ященко

☞ Задачи, решения, списки победителей и призёров Математического праздника и «Математического праздника в Математической вертикали» публикуются на сайте `https://mccme.ru/matprazdnik`

6 класс

Задача 1. В записи $12345678 = 1$ вставьте знаки умножения и деления между некоторыми цифрами так, чтобы равенство стало верным. [*4 балла*] (*А. Шаповалов*)

Ответ. $12:3:4\cdot 56:7:8=1$.

Задача 2. Собрались на состязанье йог, бульдог и носорог. Один из них ловчее всех и всегда лжёт, другой — смелее всех и всегда говорит правду, третий — быстрее всех, может говорить и ложь, и правду. Они сделали три заявления.

Йог: Самый быстрый смелее меня.

Бульдог: Я быстрее самого ловкого.

Носорог: Я ловчее самого смелого.

Кто из них самый медленный? [*6 баллов*] (*А. Шаповалов*)

Ответ. Йог.

Решение. Может ли носорог быть самым смелым? Нет, так как в таком случае он бы говорил правду и действительно был бы ловчее самого смелого, но нельзя быть ловчее самого себя.

Может ли носорог быть самым ловким? Нет, так как в таком случае он ловчее самого смелого и говорит правду, хотя должен лгать. Значит, носорог – самый быстрый.

Йог тоже не может быть самым смелым. Ведь в таком случае он бы сказал правду, но самый быстрый не может быть ещё смелее его.

Значит, йог — самый ловкий. Тогда бульдог — самый смелый. Из слов бульдога ясно, что он быстрее йога. А так как носорог — самый быстрый, то йог — самый медленный.

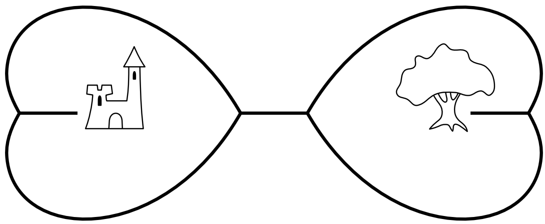
Комментарий. В этой задаче в условии явно указано, что по каждому показателю (ловкости, быстроте и смелости) кто-то один занимает первое место. В решении показано, что для быстроты можно также определить, что бульдог по ней на втором месте, а йог на третьем. А для ловкости и смелости определить, кто на втором месте, а кто на третьем, нельзя.

По смелости на первом месте бульдог. Так как йог лжёт, носорог не смелее его. Но и не обязательно трусливее, их смелость может быть и одинаковой. Итак, возможны два случая: либо на первом месте бульдог, на втором йог, на третьем носорог, либо на первом бульдог, а носорог и йог делят 2–3 места.

Про ловкость можно понять только то, что на первом месте йог. Правду ли говорит носорог, узнать нельзя. Поэтому нет никаких данных для сравнения носорога и бульдога по ловкости.

Задача 3. В Тридевятом царстве на каждом перекрёстке сходится ровно три дорожки. Было у царя три сына, старшие умные, а младший Иван-дурак. Послал старик сыновей за молодильными яблоками. Старший, выйдя из дворца, на первом перекрёстке свернул налево, на следующем направо, потом налево, снова направо — и дошёл до волшебной яблони. Средний на первом перекрёстке свернул направо, потом налево, снова направо, снова налево — и тоже дошёл до этой яблони. А Иван на всех перекрёстках поворачивал направо, три раза повернул да и пришёл обратно во дворец несолоно хлебавши. Нарисуйте пример, как может выглядеть схема дорожек в Тридевятом царстве, если известно, что и от царского дворца, и от яблони отходит ровно по одной дорожке. **[*6 баллов*]** (*И. Русских*)

Ответ. Пример схемы дорожек приведён на рисунке.



Задача 4. Из 54 красных и 54 белых брусков $1 \times 1 \times 2$ сложили куб $6 \times 6 \times 6$.

Какое наибольшее количество красных клеточек могло оказаться на поверхности куба? **[*7 баллов*]**

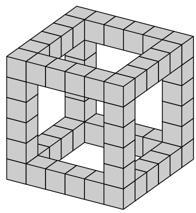
(*М. Евдокимов*)

Ответ. 172.

Решение. Распилим мысленно каждый брусок на два кубика и будем выкладывать куб из них. У нас получилось

108 красных и 108 белых кубиков. У каждого кубика на поверхности большого куба может оказаться от нуля до трёх граней-клеточек. Три грани на поверхности будут у восьми угловых кубиков. Две грани — у кубиков, расположенных вдоль рёбер большого куба, но не на углу. Вдоль каждого из 12 ребер таких кубиков 4, а всего их 48. Больше всего красных клеточек окажется на поверхности, если красными будут эти $8+48=56$ кубиков, а также $108-56=52$ кубика с одной гранью на поверхности. Тогда на поверхности окажется $3\cdot 8+2\cdot 48+52=172$ красных клеточки.

Приведём теперь пример выкладывания брусков, приводящего к такому результату.



Из 28 красных брусков сложим каркас (см. рисунок), а из 32 белых брусков — внутренний куб $4\times 4\times 4$. Оставшиеся шесть квадратных «окон» 4×4 на каждой грани заполним произвольно. Тогда на поверхности куба будет 120 красных клеток каркаса (по 20 на каждой грани) и ещё 52 красных клетки (по две у каждого из оставшихся $54-28=26$ красных брусков). Итого $120+52=172$ клетки.

Задача 5. Карлсон ест варенье вдвое быстрее, чем Малыш, а торт он ест втрое быстрее, чем Малыш.

Однажды они съели банку варенья и торт. Карлсон начал с торта, а Малыш с варенья. Покончив с тортом, Карлсон помог Малышу доесть варенье, и на всё это у них ушло два часа.

В другой раз они съели такую же банку варенья и такой же торт, но Малыш ел торт, а Карлсон начал с варенья. Съев его, Карлсон помог Малышу доесть торт. За какое время они управились на этот раз? [***8 баллов***] (*А. Шаповалов*)

Ответ. За 2 часа 15 минут.

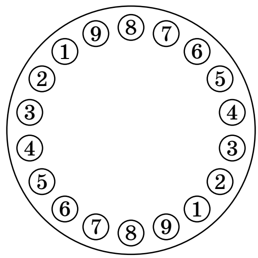
Решение. Представим себе, что был ещё и третий день, когда Карлсон всё съел в одиночку. Поэтому времени у него ушло больше, чем в первый день. Во сколько раз? Малыш в первый день ел только варенье, то есть работал как $\frac{1}{2}$ Карлсона, а Малыш и Карлсон вместе — как $1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ Карлсона. Значит, в третий день Карлсон потратил бы в $\frac{3}{2}$ раза больше времени, чем в первый, а именно $\frac{3}{2}\cdot 2=3$ часа.

Сравним теперь третий день со вторым. Малыш во второй день ел только торт, то есть работал как $\frac{1}{3}$ Карлсона, а Малыш и Карлсон вместе — как $1\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ Карлсона. Значит, в третий день Карлсон потратил бы в $\frac{4}{3}$ раза больше времени, чем во второй. Так как в третий день было бы потрачено 3 часа, то во второй $3:\frac{4}{3}=\frac{9}{4}$ часа, или 2 ч 15 мин.

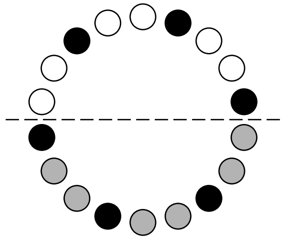
Приведём и алгебраическое решение. Пусть Карлсон съедает торт за x часов, а варенье за y часов. В первый день, пока Карлсон ел торт, Малыш съел $\frac{x}{2y}$ банки. Остаток банки, то есть $1-\frac{x}{2y}=\frac{2y-x}{2y}$, они ели с суммарной скоростью $\frac{1}{2y}+\frac{1}{y}=\frac{3}{2y}$, потратив на это $\frac{2y-x}{2y}:\frac{3}{2y}=\frac{2y-x}{3}$ часов. Таким образом, всего они ели $x+\frac{2y-x}{3}=\frac{2(x+y)}{3}$ часов, что по условию составляет 2 часа. Отсюда $x+y=3$.

Аналогично, во второй день Карлсон через y часов присоединился к Малышу доедать оставшиеся $1-\frac{y}{3x}=$ $=\frac{3x-y}{3x}$ торта. Со скоростью $\frac{1}{3x}+\frac{1}{x}=\frac{4}{3x}$ они сделали это за $\frac{3x-y}{3x}:\frac{4}{3x}=\frac{3x-y}{4}$ часов. Всего у них ушло $y+\frac{3x-y}{4}=$ $=\frac{3(x+y)}{4}=\frac{9}{4}$ часа, то есть 2 часа 15 минут.

Задача 6. У Пети было 18 одинаковых по внешнему виду монет — две по 1 г, две по 2 г, две по 3 г, ..., две по 9 г. Он разложил их на подносе по кругу, как показано на рисунке. Потом поднос как-то повернули, и теперь непонятно, где какая монета. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь это определить? **[*8 баллов*]** (*Т. Казицына*)



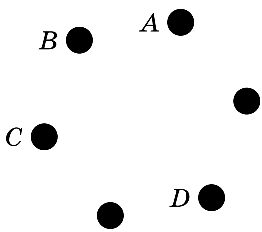
Решение. Проведём линию через центр круга (см. рис.).



Монеты ниже линии все разные, сумма их масс 45. Чёрные монеты ниже линии — либо 1, 4 и 7 (первый случай), либо 2, 5, 8 (второй случай), либо 3, 6, 9 (третий случай). Чёрные монеты выше линии — такие же, как и ниже. Положим серые монеты на одну чашу весов, чёрные на другую, и сравним их массы:

Случаи	Сумма чёрных	Сумма серых	Весы покажут
Первый	$2 \cdot (1+4+7)=24$	$45-1-4-7=33$	Перевес серых
Второй	$2 \cdot (2+5+8)=30$	$45-2-5-8=30$	Равновесие
Третий	$2 \cdot (3+6+9)=36$	$45-3-6-9=27$	Перевес чёрных

Итак, теперь мы знаем веса чёрных монет (но не умеем пока их различать). Более того, мы точно знаем, где лежат монеты в 3, 6 и 9 г — либо это чёрные монеты, либо их соседи справа, либо их соседи слева — зависит от того, какой случай получился в первом взвешивании. Посмотрим на эти шесть монет (пусть они, например, чёрные).



Сравним $A+C$ и $B+D$. Возможны три случая:

Случаи	$A+C$	$B+D$	Весы покажут
$A=3$	$3+9$	$6+6$	Равновесие
$A=6$	$6+3$	$9+9$	$A+C<B+D$
$A=9$	$9+6$	$3+3$	$A+C>B+D$

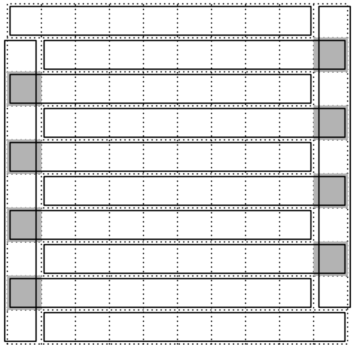
Теперь мы знаем вес монеты A, а тогда и всех остальных тоже.

7 класс

Задача 1. Квадрат 10×10 клеток надо покрыть полосками 1×9 клеток. Сделайте это так, чтобы каждая клетка была покрыта одной или двумя полосками, но никакой прямоугольник 1×2 не был покрыт в два слоя. (Полоски кладут по линиям сетки горизонтально или вертикально, полоски не должны выходить за границу квадрата.)

[*4 балла*] (*М. Евдокимов*)

Ответ. См. рисунок (клетки, покрытые дважды, закрашены серым цветом).



Комментарий. Совсем просто покрыть горизонтальными полосками 1×9 прямоугольник 10×9. Если добавить две вертикальные полоски, то можно покрыть и квадрат 10×10. Чтобы никакой прямоугольник из двух клеток не был покрыт в два слоя, можно чередовать горизонтальные полоски, сдвинутые влево и сдвинутые вправо.

Начать с похожей, но более простой задачи вообще часто помогает.

Задача 2. Катя каждый день ест на завтрак либо кашу, либо яичницу, либо сырники, но никогда не ест два дня подряд одно и то же. В течение двух недель Катя записывала, чем она завтракала. Оказалось, что сырники она ела в два раза чаще, чем кашу. Сколько раз за эти две недели Катя завтракала яичницей? **[*5 баллов*]** (*И. Русских*)

Ответ. 5 раз.

Решение. Если Катя сколько-то раз ела кашу, то сырники она ела вдвое больше, а яичницу — в оставшиеся дни. Запишем возникающие варианты в виде таблицы:

каша	сырники	яичница
1	2	11
2	4	8
3	6	5
4	8	2
5 или больше	10 или больше	невозможно

Катя могла завтракать каждым видом еды не больше 7 раз (докажем это ниже). Значит, единственная возможность — она ела кашу 3 раза, сырники 6 раз, яичницу 5 раз.

Разобьём 14 дней на 7 пар соседних дней. По условию любой вид еды в каждой такой паре встречался не больше 1 раза. Значит, любой вид еды действительно встречался не больше 7 раз.

Комментарий. Такая ситуация действительно возможна — например, Катя могла завтракать в таком порядке: С-Я-К-С-Я-К-С-Я-К-С-Я-С-Я-С.

Задача 3. У математика есть набор из 16 гирь: 1/3 кг, 1/4 кг, 1/5 кг, ..., 1/18 кг. На левой чаше весов лежит груз 1 кг. Какие гири положить на правую чашу весов, чтобы уравновесить груз? (Достаточно привести один пример.)

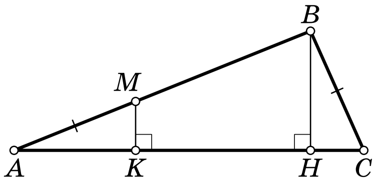
[*5 баллов*] (*М. Евдокимов*)

Ответ. Есть три варианта:

$$1 = 1/3 + 1/4 + 1/6 + 1/9 + 1/12 + 1/18,$$
$$1 = 1/3 + 1/4 + 1/6 + 1/10 + 1/12 + 1/15,$$
$$1 = 1/3 + 1/4 + 1/9 + 1/10 + 1/12 + 1/15 + 1/18.$$

Комментарий. Легко получить 1/2 как сумму 1/3 и 1/6. Осталось набрать ещё 1/2. Гири 1/3 и 1/6 мы использовать больше не можем, но можем «собрать» 1/3 как $1/4 + 1/12$, а 1/6 — как $1/9 + 1/18$ или $1/10 + 1/15$. Можно также не использовать гирю 1/6 вообще, взяв и $1/9 + 1/18$, и $1/10 + 1/15$.

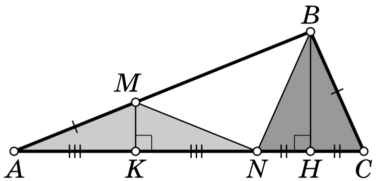
Задача 4. На стороне AB треугольника ABC отметили точку M так, что $AM = BC$. Из точек M и B на сторону AC опустили перпендикуляры MK и BH (см. рис.). AC вдвое больше KH. Угол A равен 22 градусам. Найдите угол C.



[*8 баллов*] (*М. Волчкевич*)

Ответ. 66°.

Решение. По условию $KH = AK + HC$. Значит, на отрезке KH можно выбрать такую точку N, что $AK = KN$, $NH = HC$.



Треугольники AMN и NBC равнобедренные, так как в каждом из них медиана совпадает с высотой. Получается, что и треугольник MNB равнобедренный: $MN = AM = BC = NB$. Значит, углы NMB и NBM при его основании равны.

Угол NMB равен $2 \cdot 22^\circ = 44^\circ$ как внешний угол равнобедренного треугольника AMN. А $\angle C = \angle BNC$, который равен $44^\circ + 22^\circ$ как внешний угол треугольника ABN.

Задача 5. В лесном пункте обмена можно обменять

- апельсин — на две груши,
- яблоко и грушу — на апельсин,
- апельсин и грушу — на яблоко.

По случаю праздника в пункте устроили акцию: за каждый обмен в подарок выдают коллекционный фантик. У лисы есть 30 яблок, 30 груш и 30 апельсинов. Какое максимальное количество фантиков она может получить?

[*8 баллов*] (*Г. Караваев, И. Русских*)

Ответ. 208 фантиков.

Решение. Попробуем приписать фруктам цену в фантиках так, чтобы обмены были равноценными. В двух обменах груша + фрукт меняется на фантик + фрукт, поэтому пусть груша стоит 1 фантик, а апельсин и яблоко попробуем считать равноценными. Поскольку апельсин меняется на две груши и фантик, припишем апельсину и яблоку цену по 3 фантика. С такими ценами при обменах стоимость вещей у лисы в фантиках не меняется. При последнем обмене лиса получит фруктов стоимостью хотя бы два фантика, так что больше чем $30 + 30 \cdot 3 + 30 \cdot 3 - 2 = 208$ фантиков ей никак не получить.

Осталось объяснить, как лисе получить 208 фантиков. Один из возможных алгоритмов состоит из двух стадий.

1 стадия (превращаем всё в апельсины). Лиса обменивает все яблоки и груши на апельсины и получает 30 фантиков. Теперь у лисы 60 апельсинов.

2 стадия (избавляемся от апельсинов). Последовательностью обменов $2А \to А + 2Г \to Я + Г \to А$ можно уменьшить количество апельсинов на один, получив 3 фантика. Лиса делает так 59 раз, и у неё останется один апельсин (и еще $59 \cdot 3 = 177$ фантиков). Осталось обменять этот последний апельсин на две груши и получить ещё фантик.

В итоге лиса получает $30 + 177 + 1 = 208$ фантиков, как и было обещано.

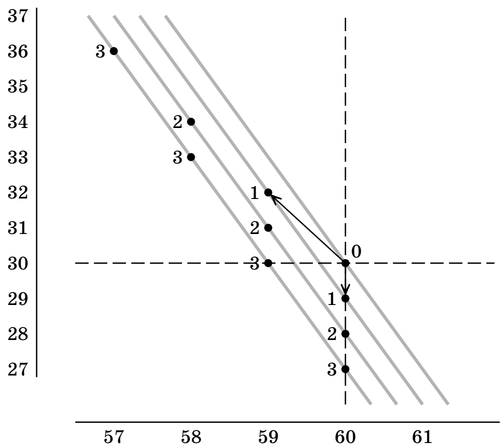
Комментарии. 1. Доказать, что больше 208 фантиков получить нельзя, можно и по-другому. Заметим, что каждый обмен не увеличивает количество не-груш, а обмен $А \to 2Г$ уменьшает его на 1. Поэтому обменов $А \to 2Г$ может быть не больше 60. При всех остальных обменах количество груш уменьшается на 1.

Если в конце ничего, кроме груш, не осталось, то последним ходом лиса обменяла апельсин на две груши. В этом случае в конце остаётся не меньше двух груш, следовательно, число обменов $А + Г \to Я$ и $Я + Г \to А$ не превышает $30 + 60 \cdot 2 - 2$.

Если же в конце остается какой-то фрукт, отличный от груши, то обменов $А \to 2Г$ не больше 59, а остальных не больше $30 + 2 \cdot 59$.

В обоих случаях суммарное количество обменов не превосходит 208.

2. Нарисуем график: если у лисы в какой-то момент x не-груш и y груш, отметим на координатной плоскости точку (x, y). Можно заметить, что если провести через каждую точку с целыми координатами прямую «с наклоном $(1, -3)$» (прямые с уравнениями $y = -3x + c$), то с каждым обменом лиса переходит с прямой на прямую на 1 ниже (на рисунке показаны точки, в которые можно попасть, сделав не более 3 обменов). Подумайте, как это связано с рассуждением в начале решения.



Задача 6. У Васи есть трафареты и цветные карандаши. Вася каждым ходом может приложить трафарет к бумаге и закрасить выбранным цветом всю видимую через трафарет область.

Например, используя трафарет с двумя отверстиями, как на рисунке 1 слева, Вася может раскрасить фигурку справа за 3 хода в 3 цвета.

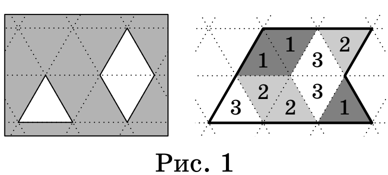


Рис. 1

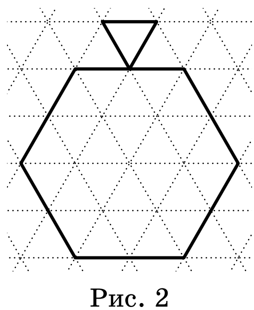
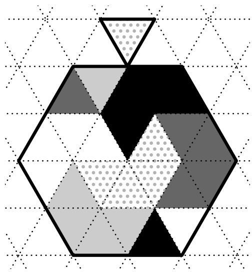


Рис. 2

Придумайте для Васи такой трафарет с двумя отверстиями, пользуясь которым он сможет за 5 ходов раскрасить фигуру в форме яблока (см. рис. 2) в 5 цветов так, чтобы каждая треугольная клетка была покрашена ровно одним цветом. Трафарет можно поворачивать и переворачивать.

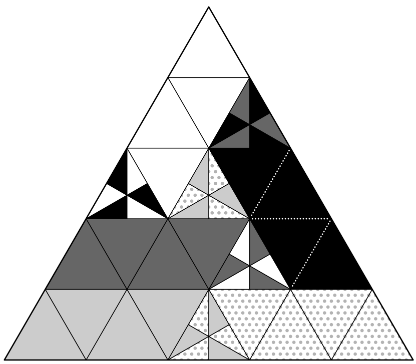
[*8 баллов*] (*И. Русских*)

Ответ. См. рисунок. Решение единственно с точностью до симметрии.



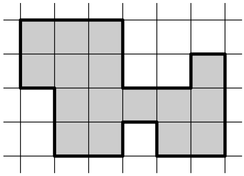
Комментарий. В задаче предлагалось разрезать «яблоко» на 5 равных несвязных фигур (подчеркнём, что фигуры должны быть не просто одинаковой площади, а действительно равные — нарисованные при помощи одного и того же трафарета).

На рисунке ниже найденное несколько лет назад М. Патракеевым разрезание равностороннего треугольника на 5 равных частей. Намного легче разрезать равносторонний треугольник на 2, 3, 4, 6, 8 или 9 равных частей (тут можно обойтись и без несвязных частей, а резать просто на равные треугольники — попробуйте!). Можно ли разрезать равносторонний треугольник на 7 или, скажем, на 11 равных частей — никто не знает!



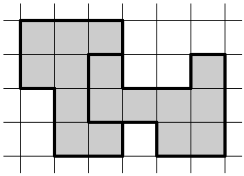
6 класс в Математической вертикали

Задача 1. Разрежьте фигуру на две равные по форме и размеру части.



[*3 балла*]
(*Ю. Маркелов*)

Ответ. См. рисунок.



Задача 2. См. задачу 1 для 6 класса (с. 3). **[*4 балла*]**

Задача 3. Вася считает время красивым, если количество часов нацело делится на количество минут. Например, 14:07 — красивое время, потому что 14 делится на 7, а 14:28 или 15:10 — не красивые. Вася посмотрел расписание электричек и заметил, что промежутки между соседними электричками составляют ровно 50 минут и при этом у некоторых трёх подряд идущих электричек красивое время отправления. Во сколько отправляется каждая из этих трёх электричек? **[*5 баллов*]** (*И. Русских*)

Ответ. 21:21, 22:11, 23:01.

Решение. Так как промежуток между соседними электричками составляет 50 минут, то число минут времени отправления каждой следующей электрички либо на 50 больше, либо на 10 меньше, чем у предыдущей.

Электрички с красивым временем отправления назовём *красивыми*. Все красивые электрички, отправляющиеся от 00:01 до 00:59, назовём *особыми*.

Заметим, что больше двух подряд особых электричек быть не может. Поэтому если среди наших электричек есть особая, то так же есть и электричка, отправляющаяся либо до 00:00, либо после 00:59. В первом случае это может быть только электричка в 23:23, но тогда перед ней была некрасивая электричка в 22:33, а после неё будут электрички в 00:13 и 01:03 — последняя тоже некрасивая. Во втором случае в час с чем-то ночи может отправляться только одна красивая электричка — в 01:01, но тогда следующая в 01:51 уже некрасивая, а из предыдущих двух (00:11 и 23:21) одна опять некрасивая.

Итак, среди наших электричек особых быть не может. Тогда число минут времени отправления должно быть не больше числа часов, поэтому оно находится в промежутке от 01 до 23. Чтобы у трёх подряд электричек число минут попало в этот промежуток, у каждой следующей оно должно быть на 10 меньше, чем у предыдущей. Возможно только три таких набора минут: либо 21, 11, 01, либо 22, 12, 02, либо 23, 13, 03.

В 21 минуту может отправляться только электричка 21:21, следующая в 22:11 — красивая и следующая в 23:01 — тоже красивая — подходит!

В 22 минуты может отправляться только электричка 22:22, но тогда следующая 23:12 — не красивая.

В 23 минуты может отправляться только электричка 23:23, но тогда вторая будет в 00:13, а третья в 01:03 — не красивая.

Значит, единственная тройка красивых подряд идущих электричек — это 21:21, 22:11, 23:01.

Задача 4. Собрались на состязанье йог, бульдог и носорог. Один из них ловчее всех и всегда лжёт, другой — смелее всех и всегда говорит правду, третий — быстрее всех, может говорить и ложь, и правду. Они сделали три заявления.

Йог: Самый быстрый смелее меня.

Бульдог: Я быстрее самого ловкого.

Носорог: Я ловчее самого смелого.

Кто из них 1) самый смелый; 2) самый ловкий; 3) самый медленный? **[*6 баллов*]** (*А. Шаповалов*)

Ответ. Самый смелый — бульдог, самый ловкий — йог, самый медленный — йог.

Решение. Может ли йог быть самым смелым? Нет, так как самый смелый говорит правду и не может сказать, что кто-то другой смелее его.

Может ли носорог быть самым смелым? Нет, так как в таком случае он бы говорил правду и действительно был бы ловчее самого смелого, но нельзя быть ловчее самого себя. Значит, самый смелый — бульдог.

Может ли носорог быть самым ловким? Нет, так как в таком случае он ловчее самого смелого и говорит правду, хотя должен лгать. Значит, носорог — самый быстрый. Поэтому самый ловкий — йог.

Из слов бульдога ясно, что он быстрее йога. А так как носорог — самый быстрый, то йог — самый медленный.

Задача 5. См. задачу 4 для 6 класса (с. 4). **[*7 баллов*]**

Задача 6. Карлсон ест варенье вдвое быстрее, чем Малыш, а торт он ест втрое быстрее, чем Малыш.

Однажды они съели банку варенья и торт. Карлсон начал с торта, а Малыш с варенья. Покончив с тортом, Карлсон помог Малышу доесть варенье, и на всё это у них ушло два часа.

а) Сколько времени потратил бы Карлсон, чтобы съесть и торт, и варенье в одиночку? **[*3 балла*]**

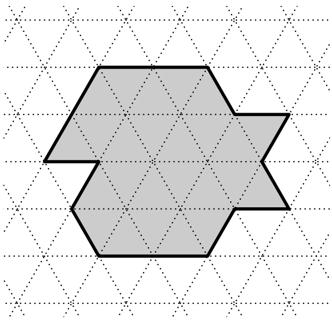
б) В другой раз они съели такую же банку варенья и такой же торт, но Малыш ел торт, а Карлсон начал с варенья. Съев его, Карлсон помог Малышу доесть торт. За какое время они управились на этот раз? **[*5 баллов*]**

(*А. Шаповалов*)

Решение. См. задачу 5 для 6 класса (с. 5).

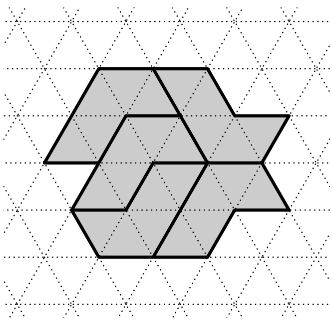
7 класс в Математической вертикали

Задача 1. Разрежьте фигуру «рыбку» на 5 равных частей (части должны быть равны и по форме, и по размеру).



[*3 балла*]
(*П. Закорко*)

Ответ. См. рисунок.



Задача 2. Катя каждый день ест на завтрак либо кашу, либо яичницу, либо сырники, но никогда не ест два дня подряд одно и тоже. В течение двух недель Катя записывала, чем она завтракала. Оказалось, что сырники она ела в два раза чаще, чем кашу. Сколько раз за эти две недели Катя завтракала кашей, сколько — яичницей и сколько — сырниками? **[*4 балла*]** (*И. Русских*)

Ответ. 3 раза кашей, 5 раз яичницей, 6 раз сырниками.

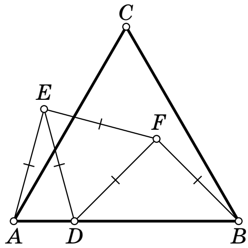
Решение. См. задачу 2 для 7 класса (с. 8).

Задача 3. См. задачу 3 для 6 класса в Математической вертикали (с. 14). **[*5 баллов*]**

Задача 4. См. задачу 3 для 7 класса (с. 9). **[*6 баллов*]**

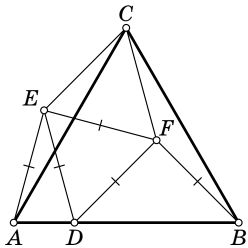
Задача 5. См. задачу 6 для 6 класса в Математической вертикали (с. 16). **[*3 + 5 баллов*]**

Задача 6. На рисунке треугольник ABC равносторонний, $AE = ED = DF = FB = EF$. Докажите, что треугольник CEF равносторонний.



[*8 балла*]
(*И. Русских*)

Решение. Проведём отрезки CE и CF и рассмотрим треугольники AEC и BFC. В них равны стороны $AC = BC$, $AE = BF$; покажем, что углы между этими сторонами также равны.



Пусть $\angle CBF = \alpha$.

Тогда $\angle FBD = \angle CBD - \angle FBD = 60^\circ - \alpha$. Так как FBD равнобедренный, то $\angle FDB = 60^\circ - \alpha$.

Треугольник EFD равносторонний, поэтому $\angle EDF = 60^\circ$. Значит, $\angle EDA = 180^\circ - \angle EDF - \angle FDB = 180^\circ - 60^\circ - (60^\circ - \alpha) = 60^\circ + \alpha$.

Треугольник EAD равнобедренный, поэтому $\angle EAD = \angle EDA = 60^\circ + \alpha$.

Тогда $\angle EAC = \angle EAD - \angle CAB = 60^\circ + \alpha - 60^\circ = \alpha$.

Значит, треугольники AEC и BFC равны по двум сторонам и углу между ними! Значит, $CE = CF$, а также $\angle ECA =$

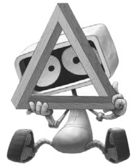
$= \angle FCB$. Остаётся заметить, что

$$\angle ECF = \angle ECA + \angle ACF = \angle FCB + \angle ACF = \angle ACB = 60^\circ.$$

Таким образом, треугольник ECF равнобедренный с углом в 60°, значит, он равносторонний.

☞ 6 апреля состоится
XXII городская устная олимпиада
по математике для 6 и 7 классов,
куда будут приглашены призеры
XXXVI Математического праздника.
Подробнее после 20 марта на странице
`olympiads.mccme.ru/ustn`

ЖУРНАЛ
КВАНТИК



KVANTIK.COM

Ежемесячный научно-познавательный журнал для школьников 5-8 классов

В журнале вы найдёте интересные статьи и задачи по математике, лингвистике, физике, химии, биологии и другим естественным наукам, сможете принять участие в конкурсах по математике и русскому языку. Победителей конкурсов ждут дипломы и призы!

Знаете ли вы:

- Почему в «игру в 15» нельзя выиграть?
- Чем глаз лучше и чем хуже фотоаппарата?
- Какой плиткой можно замостить паркет только непериодически?
- Бывает ли многогранник, все диагонали которого снаружи?
- Почему отражение солнца на льду такое яркое?

Ответы на эти и другие интересные вопросы ждут вас в нашем журнале. С «Квантиком» вы узнаете много интересного об окружающем мире!

Кроме журнала, редакция выпускает альманахи, календари загадок, плакаты, а также серию книг **Библиотечка журнала «Квантик»**, в которую входят:

- М. Евдокимов «Сто граней математики»
- С. Федин «Перепутаница»
- К. Кохась «Как Бусенька что-то там... Математические сказки»
- В. Красноухов «Упрямоугольник. Головоломки для всей семьи»

Всю продукцию «Квантика» можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, сайт: **biblio.mccme.ru**, а также в интернет-магазинах **ozon.ru, market.yandex.ru, wildberries.ru, my-shop.ru** и других.

О том, где ещё можно приобрести нашу продукцию, читайте на **kvantik.com/buy**

На журнал «Квантик» можно оформить подписку:

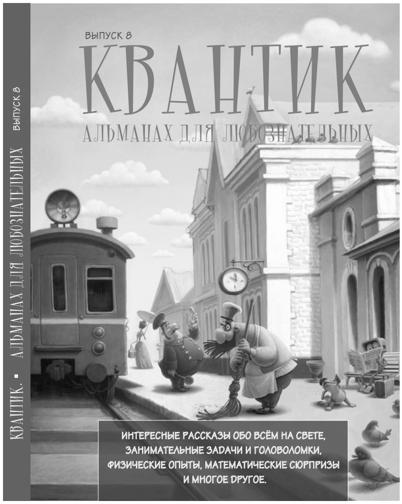
на сайте Почты России: podpiska.pochta.ru/press/ПМ068;
в почтовых отделениях: подписные индексы **ПМ068**, **ПМ989**

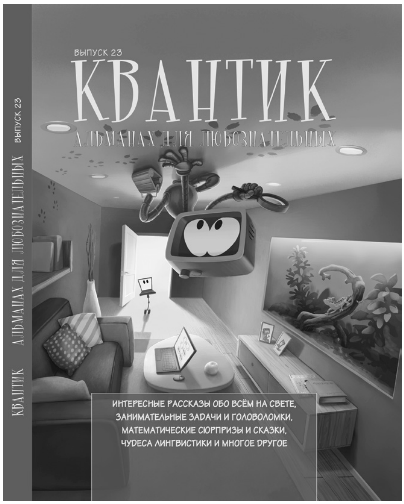
подробнее читайте на **kvantik.com/podpiska**

ВСЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЖУРНАЛЕ — НА САЙТЕ KVANTIK.COM

Редакция журнала регулярно выпускает
«Альманахи для любознательных» — сборники материалов
шести номеров журнала «Квантик» за каждое полугодие,
так в альманахах сохраняются материалы, начиная с 2012 года.

В настоящее время вышли 23 сборника. В альманахах статьи
распределены по рубрикам, а ответы собраны в конце.





Альманахи «Квантика» доступны в магазине
«Математическая книга» (**biblio.mccme.ru**)
и других интернет-магазинах

Редакция «Квантика» также выпустила 3 набора плакатов формата A2 с занимательными задачами, собранными из материалов журналов разных годов.
Наши плакаты хорошо подходят для оформления школьных кабинетов математики и физики, их можно использовать на математических кружках и дома.
Каждый комплект содержит 10 плакатов с задачами и ответы.

Ссылка на плакаты в магазине «Математическая книга»

Ежегодно редакция «Квантика» выпускает настенный перекидной Календарь. В этом году мы придумали нечто необычное, и наш Календарь Загадок превратился в Календарь Комиксов 2025!

В Календарь «Квантика» за 2025 год вошли увлекательные комиксы из журналов, а формат Календаря вырос до А3. Решать и обсуждать задачки из Календаря можно всей семьёй. В конце традиционно приводятся решения для каждого комикса.

Календарь Комиксов на 2025 год доступен в магазине «Математическая книга» по ссылке: **biblio.mccme.ru/node/249940**